QUESTÃO

21

100 cápsulas com água, cada uma de massa $m = 1{,}0g$, são disparadas à velocidade de 10,0 m/s perpendicularmente a uma placa vertical com a qual colidem inelasticamente. Sendo as cápsulas enfileradas com espaçamento de 1,0 cm, determine a força média exercida pelas mesmas sobre a placa.

Resolução:

FIGURA

$$m = 10^{-2}\ kg$$
$$v = 10\ m/s$$
$$d = 10^{-2}\ m$$
$$I = \Delta p = F_m \Delta t$$
$$m \cdot v = F \cdot m \cdot \Delta t$$

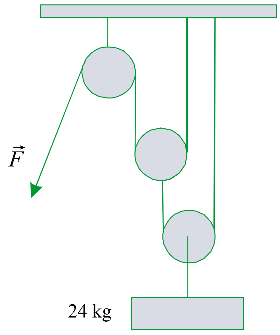
$$d = v \cdot \Delta t$$

mas $\Delta t = \dfrac{d}{v}$

Logo $F_m = \dfrac{mv}{\frac{d}{v}} = \dfrac{mv^2}{d} \Rightarrow F_m = \dfrac{10^{-3} \cdot 10^2}{10^{-2}} = 10\ N$

QUESTÃO

22



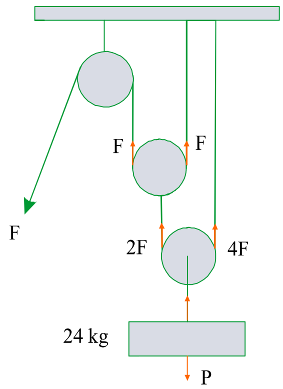
O arranjo de polias da figura é preso ao teto para erguer uma massa de 24 kg, sendo os fios inextensíveis, e desprezíveis as massas das polias e dos fios. Deprezando os atritos, determine:

1. O valor do módulo da força $\vec{F}$ necessária para equilibrar o sistema.

2. O valor do módulo da força $\vec{F}$ necessária para erquer a massa com velocidade cosntante.

3. A força ($\vec{F}$ ou peso?) que realiza maior trabalho, em módulo durante o tempo T em que a massa está sendo erguida com velocidade cosntante.

Resolução:



1) De acordo com a figura
. Para o equilíbrio

$$4F = P \Rightarrow F = \frac{P}{4}$$

$$F = 24 \cdot \frac{10}{4} = 60\ N$$

2) De acordo com a figura
. Para o movimento de subida com velocidade constante

$$F_R = 4F - P = m \cdot a_R$$

$$F = \frac{P}{4} = 60\ N$$

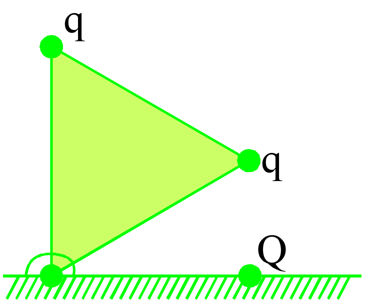
3) Pelo vínculo geométrico referente às polias a um deslocamento $\Delta\ell$ realizado pela força F correspondente um deslocamento $\frac{\Delta\ell}{4}$, logo $\tau_F = F \cdot \Delta\ell$, mas $F = \frac{p}{4} \Rightarrow \tau_F = \tau_P$

$$\tau_P = P \cdot \frac{\Delta\ell}{4}$$

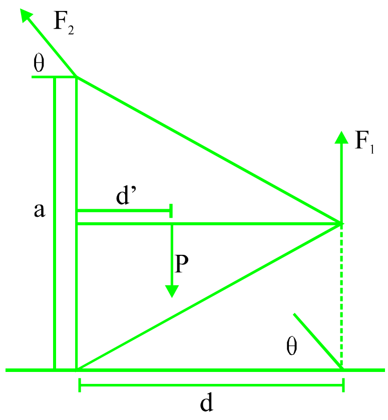
. Assim, o trabalho realizado pelas forças é o mesmo.

QUESTÃO 23

A figura mostra uma chapa fina de massa *M* com o formato de um triângulo equilátero, tendo um lado na posição vertical, de comprimento *a*, e um vértice articulado num abarra horizontal contida no plano da figura. Em cada um dos vértices encontra-se fixada uma carga elétrica *q*, e na barra horizontal, a uma distância $a\sqrt{3/2}$ do ponto de articulação, encotra-se fixada uma carga Q. Sendo as três cargas de mesmo sinal e massa desprezível, determine a magnitude da carga Q para que o sistema permaneça em equilíbrio.



Resolução



$$d = \frac{a\sqrt{3}}{2} \rightarrow \cos\theta = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

$$P = Mg$$

$$F_1 = \frac{KQq}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{4KQq}{a^2}$$

$$F_2 = \frac{KQq}{\left(\frac{a\sqrt{7}}{2}\right)^2} = \frac{4KQq}{7a^2}$$

Para garantir o equilíbrio

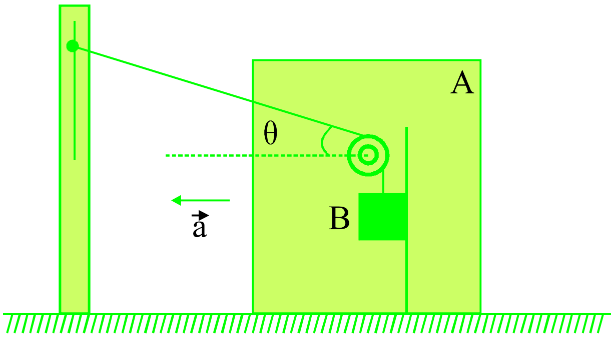
$$\sum_i M^{i_o} = 0$$

$$F_1 \cdot d + F_2 \cdot \cos\theta \cdot a - P \cdot d' = 0 \rightarrow \frac{4KQq}{a^2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} + \frac{4KQq}{7a^2} \cdot \frac{\sqrt{21}}{7} \cdot a = Mg \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

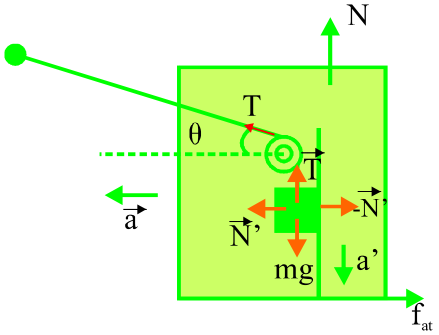
$$\boxed{Q = \frac{49Mga^2}{12Kq(49+2\sqrt{7})}}$$

QUESTÃO 24

A figura mostra um sistema formado por dois bloco, A e B, cada um com massa *m*. O bloco A pode deslocar-se sobre a superfície plana e horizontal onde se encontra. O bloco B está conectado a um fio inextensível fixado á parede, e que passa por uma polia ideal com eixo preso ao bloco A. Um suporte vertical sem atrito mantém o bloco B descendo sempre paralelo a ele, conforme mostra a figura. Sendo μ o coeficiente de atrito cinpético entre o bloco A e a superfície, g a aceleração da gravidade, e $\theta = 30°$ mantido cosntante, determine a tração no fio após o sistema ser abandonado do repouso.



Resolução:



Enquanto o bloco B desloca x o bloco A desloca $\frac{x\sqrt{3}}{2}$

$$\Delta S = \frac{a\tau^2}{2} \Rightarrow \tau^2 = \frac{2\Delta S}{a}$$

$$\frac{2 \cdot x}{a'} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}/2}{a} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a'$$

onde a é a aceleração do bloco A e a' e *a* aceleração do bloco B.

Para o bloco A:

i) Na horizontal: $T \cdot \cos 30° - fat - N' = m \cdot a$

ii) Na vertical: $N + Tsen30° = mg + T$

$$\Rightarrow N - mg + T - T \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow N = mg + \frac{T}{2}$$

Assim

$$T \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \mu \cdot N - N' = m \cdot a$$

$$T \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \mu\left(mg + \frac{T}{2}\right) - N' = m \cdot a, \quad a = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a'$$

$$T \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \mu mg - \frac{\mu T}{2} - N' = m \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}, a' \ (1)$$

Para o bloco B

$i) N' = m \cdot a \Rightarrow$

$ii) mg - T = m \cdot a'$

Substituindo na equação (1)

$$T \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \mu \cdot 2mg = \frac{\mu T}{2} - m\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a' = m\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a'$$

$$T\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\mu}{2}\right) = 2\frac{\sqrt{3}}{2}ma' + \mu \cdot mg$$

$$T\left(\frac{\sqrt{3} - \mu}{2}\right) = \sqrt{3} - (mg - T) + \mu mg$$

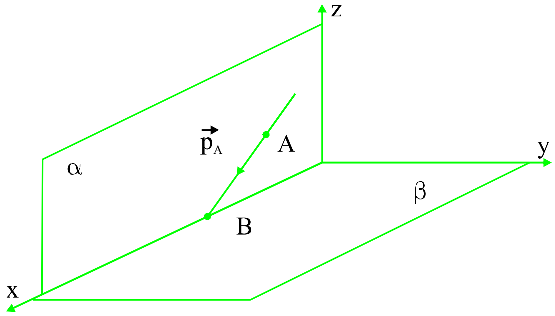
$$T\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\mu}{2} + \sqrt{3}\right) = \sqrt{3}'mg + \mu mg$$

$$T\left(\frac{3\sqrt{3} - \mu}{2}\right) = mg(\sqrt{3} + \mu)$$

$$\boxed{T = \frac{2mg\left(\sqrt{3} + \mu\right)}{3\sqrt{3} - \mu}}$$

QUESTÃO 25

Átomos neutros ultrafrios restritos a um plano são uma realidade experimental atual em armadilhas magneto-ópticas. Imagine que possa existir uma situação na qual átomos do tipo A e B estão restritor respectivamente aos planos α e β, perpendiculares entre si, sendo suas massas tais que $m_A = 2m_B$. Os átomos A e B colidem eslasticamente entre si não saindo dos respectivos planos, sendo as quantidades de movimento inciais $\vec{p}_A$ e $\vec{p}_B$, e as finais, $\vec{q}_A$ e $\vec{q}_B \cdot \vec{p}_A$ forma um ângulo θ com o plano horizontal e $\vec{p}_B = 0$. Sabendo que houve transferência de momento entre A e B, qual é a razão das energias cinéticas de B e A após a colisão?



Resolução:

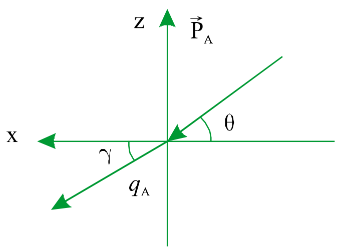
. Das condições apresentadas pelo problema

$$\vec{p}_A = p_{A_x}\hat{i} + p_{A_z}\hat{k} = p_A\cos\theta\hat{i} - p_A sen\theta\hat{k}$$
$$\vec{p}_B = 0$$
$$\vec{q}_A = q_{A_x}\hat{i} + q_{A_z}\hat{k}$$
$$\vec{q}_B = q_{B_x}\hat{i} + q_{By}\hat{j}$$

. Da conservação da quantidade de moviemento

$$\vec{p}_A + \vec{p}_B = \vec{q}_A + \vec{q}_B$$
$$(p_A\cos\theta)\hat{i} + (-p_A sen\theta)\hat{k} = (q_{A_x} + q_{B_x})\hat{i} + (q_{B_y})\hat{j} + (q_{A_z}\hat{k})$$
$$q_{A_x} + q_{B_x} = p_A\cos\theta$$
$$q_{B_y} = 0 \qquad \Rightarrow \quad q_B = q_{B_x}$$

. Se após a colisão, o ângulo entre $\vec{q}_A$ e o eixo x, for igual a γ



$$q_{A_x} = q_A\cos\gamma$$
$$q_{A_z} = -q_A sen\gamma \;\Rightarrow\; q_A\cos\gamma + q_B = p_A\cos\theta$$
$$-q_A sen\gamma = -p_A sen\theta$$
$$q_A\cdot\cos\gamma = p_A\cos\theta\cdot q_B$$
$$q_A sen\gamma = p_A sen\theta \qquad \Rightarrow \; q_A^2 = (p_A\cos\theta - q_B)^2 + p_A^2 sen^2\theta$$
$$* \; q_A^2 = p_A^2 - 2p_A q_B\cos\theta + q_B^2$$

. Da conservação de energia

$$E_A = E_A' + E_B'$$
$$\frac{P_A^2}{2m_A} = \frac{q_A^2}{2m_A} + \frac{q_B^2}{2m_B}, \quad m_A = 2m_B$$
$$\frac{P_A^2}{2} = \frac{q_A^2}{2} + q_B^2 \Rightarrow \; * \; P_A^2 + 2q_B^2$$

. Sejam as equações encontradas:

$$p_A^2 = q_A^2 + 2q_B^2$$
$$q_A^2 = p_A^2 - 2p_A q_B\cos\theta + q_B^2$$

. Dividindo ambas por q_B^2, e considerando $x = \dfrac{q_A^2}{q_B^2}$

$$\frac{p_A^2}{q_B^2} = \frac{q_A^2}{q_B^2} + 2 = x + 2$$
$$\frac{q_A^2}{q_B^2} = \frac{p_A^2}{q_B^2} - \frac{2p_A}{q_B}\cos\theta + 1$$
$$\cancel{x} = \cancel{x} + 2 - 2\sqrt{x+2}\,\cos + 1$$
$$2\sqrt{x+2}\,\cos\theta = 3$$
$$(x+2)\cos^2\theta = \frac{9}{4}$$
$$x = \frac{9}{4\cos^2\theta} - 2 = \frac{9 - 8\cos^2\theta}{4\cos^2\theta} = \frac{1 + 8sen^2\theta}{4\cos^2\theta}$$

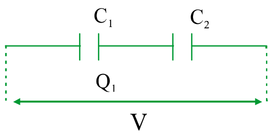
. Para a relação entre as energias cinéticas após o choque

$$\eta = \frac{E_B'}{E_A'} = \frac{q_B^2}{2m_B}\cdot\frac{2m_A}{q_A^2} = \frac{1}{x}\cdot\frac{q_B^2}{q_A^2}\cdot\frac{m_A}{m_B} = \frac{2}{x}$$
$$\eta = \frac{8\cos^2\theta}{1 + 8sen^2\theta}$$

QUESTÃO 26

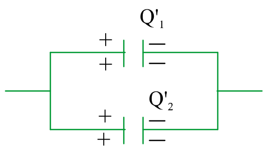
Dois capacitores em série, de capacitância C_1 e C_2, respectivamente,e stão sujeitos a uma diferença de potencial V. O capacitor de capacitância C_1 tem carga Q_1 e está relacionado com C_2 através de $C_2 = xC_1$, sendo x um coeficiente de proporcionalidade. Os capacitores carregados são então desligados da fonte e entre si, sendo a seguir religados com os respectivos terminais de carga de mesmo sinal. Determine o valor de x para que a carga Q_2 final do capacitor de capacitância C_2 seja $Q_1/4$.

Resolução:



Como os capacitores estão em série, a carga no capacitor C_2, também será de Q_1. E a carga total da associação também será Q_1 .

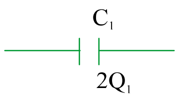
Na segunda associação temos:



$$C' = C_1 + C_2 = C_1 + xC_1 = C_1(1+x)$$

Usando a conservação das cargas

$$Q_f = Q_1 + Q_1 = 2Q_1$$



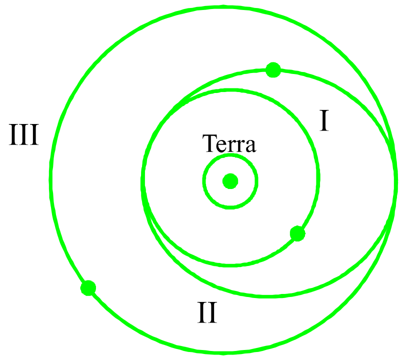
$$Q_f = C' \cdot U'$$
$$Q_1 = C_1(1+x) \cdot U'$$
$$U' = \frac{2Q_1}{C_1(1+x)}$$

Assim; $Q_2 = C_2U', \quad C_2 = xC_1$

$$\frac{Q_1}{4} = x \cdot C_1 \cdot \frac{2Q_1}{C_1(1+x)}$$
$$1 + x = 8x$$
$$\therefore\ x = \frac{1}{7}$$

QUESTÃO 27

O momento angular é uma grandeza importante na Física. O seu módulo é definido como $L = rpsen\theta$, em que r é o módulo do vetor posição com relação à origem de um dado sistema de referência, p o módulo do vetor quantidade de movimento e θ o ângulo por eles formado. Em particular, no caso de um satélite girando ao redor da Terra, em órbita elíptica ou circular, seu momento angular (medido em relação ao centro da Terra) é conservado. Considere, então, três satélites de mesma massa com órbitas diferentes entre si I, II e III, sendo I e III circulares e II elíptica e tangencial a I e III, como mostra a figura. Sendo L_I, L_{II} e L_{III} . Justifique com equações a sua resposta.



Resolução

A força resultante no satélite é a força gravitacional

$$F_r = F_g \Rightarrow \frac{mV^2}{R} = \frac{GMm}{R^2}$$

$$\therefore V = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

$$L = R \cdot m \cdot V \cdot sen\theta$$

$$L = R \cdot m\sqrt{\frac{GM}{R}} \cdot sen\theta$$

$$L = m\sqrt{GM \cdot R} \cdot sen\theta$$

Mas;

$$L_1 = m\sqrt{GM \cdot R_1} \cdot sen\theta$$

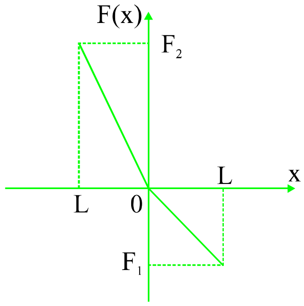
$$L_2 = m\sqrt{GMR_2} \cdot sen\theta$$

$$L_3 = m\sqrt{GM\left(\frac{R_1 + R_2}{2}\right)} \cdot sen\theta$$

Logo: $L_1 < L_2 < L_3$

QUESTÃO 28

Uma partícula de massa m está sujeita exclusivamente à ação da força $\vec{F} = F(x)\vec{e}_x$, que varia de acordo com o gráfico da figura, sendo $\vec{e}_x$ o versor no sentido positivo de x. Se em $t = 0$, a partícula se encontra em $x = 0$ com velocidade *v* no sentido positivo de *x*, pede-se:

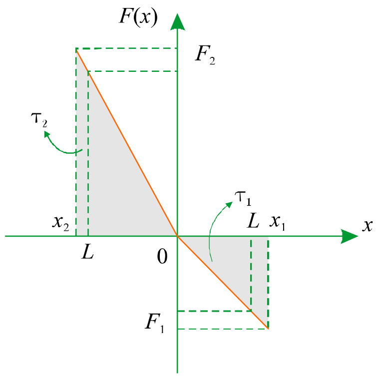


1. O período do movimento da partícula em função de $F_1, F_2, L\ e\ m$.

2. A máxima distância da partícula à orgiem em função de $F_1, F_2, m\ e\ v$.

3. Explicar se o movimento descrito pela partícula é do tipo harmônico simples.

Resolução:



1) Para o cálculo do período $F(x) = -K_{1,2}x$, onde

$$K_1 = \frac{F_1}{L},\ a > 0$$

$$K_2 = \frac{F_2}{L};\ x < 0$$

Logo o movimento será composto por dois MHS, cujos períodos são associados à K_1 e K_2

Assim, o período será dado por

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{2\pi}{2}\left(\sqrt{\frac{m}{K_1}} + \sqrt{\frac{m}{K_2}}\right) \Rightarrow \pi\sqrt{mL}\left(\sqrt{\frac{1}{F_1}} + \sqrt{\frac{1}{F_2}}\right)$$

2)

$$\tau_1 = A_1 \Rightarrow \tau_1 = -\frac{F_1x^2}{2L}$$

$$\tau_2 = A_2 \Rightarrow \tau_2 = \frac{-F_2x^2}{2L}$$

Seja a função F(x):

$$F(x) = \begin{cases} -\dfrac{F_1}{L}\cdot x;\ x > 0 \\ \dfrac{-F_2}{L}x;\ \ x < 0 \end{cases}$$

. Para as posições de máxima deformação (x_1 e x_2), $v = 0$

$$\Delta E_c = \tau_F$$

$\rightarrow$ Para $x > 0$

$$E_{cf} - E_{co} = \tau_1$$

$$0 - \frac{mv^2}{2} = \frac{-F_1x_1^2}{2L} \ \Rightarrow\ x_1^2 = \frac{mv^2L}{F_1}$$

$$x_1 = \sqrt{\frac{mv^2L}{F_1}}$$

$\rightarrow$ Para $x < 0$

$$E_{cf} - E_{co} = \tau_2$$

$$0 - \frac{mv^2}{2} = \frac{-F_1x_2^2}{2L} \ \Rightarrow\ x_2^2 = \frac{mv^2L}{F_2}$$

$$x_2 = \sqrt{\frac{mv^2L}{F_2}}$$

. De acordo com o gráfico $F_2 > F_1 \Rightarrow x_2 < x_1$

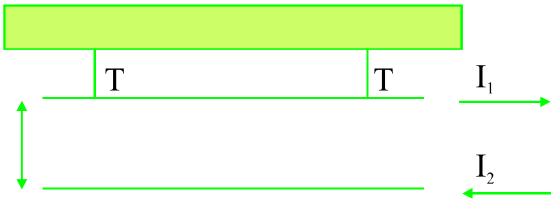
Logo da deformação máxima acontece em $x_1 > 0$, onde

$$x_1 = \sqrt{\frac{mv^2L}{F_1}}$$

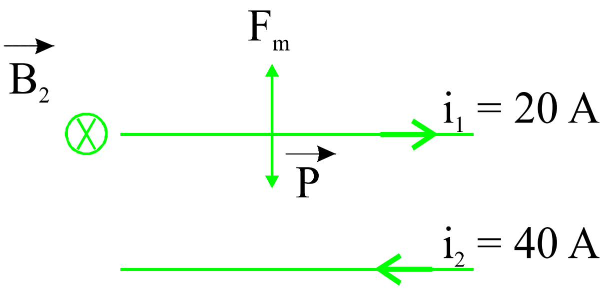
3) Uma vez que não é possível associar uma única função que relacione o período T à posição se (através da força restauradora, na forma $F = -m\omega^2 x$, onde $\omega = \frac{2\pi}{T}$, o movimento da partícula será harmônico, porém não harmônico simples.

QUESTÃO 29

Considere dois fios paralelos, muito longos e finos, dispostos horizontalmente conforme mostra a figura. O fio de cima pesa 0,080 N/m, é percorrido por uma corrente $I_1 = 20$ A e se encontra dependurado por dois cabos. O fio de baixo encontra-se preso e é percorrido por uma corrente $I_2 = 40A$, em sentido oposto. Para qual distância *r* indicada na figura, a tensão *T* nos cabos será nula?



Resolução



Para tensão T nos cabos nula, temos;

$$\frac{p}{\ell} = 0{,}08N/m$$

$$\frac{Fm}{\ell} = \frac{M_0, L_1, L_2}{2\pi \cdot \tau}$$

Onde

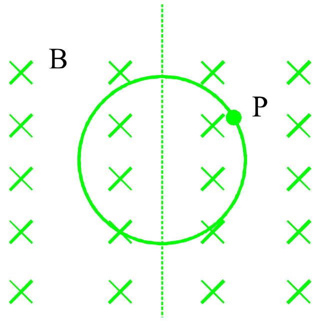
$$P = Fm$$

$$0{,}05 = \frac{4\pi \cdot co^{-7} \cdot 20 \cdot 40}{2\pi \cdot \tau}$$

$$\tau = 0{,}002m = 2mm$$

QUESTÃO 30

Considere uma espira com N voltas de área A, imersa num campo magnético $\vec{B}$ uniforme e constante, cujo sentido aponta para dentro da página. A espira está situada inicialmente no plano perpendicular ao campo e possui uma resitência R. Se a espira gira 180° em torno do eixo mostrado na figura, calcule a carga que passa pelo ponto P.



Resolução

$$\varepsilon = \frac{\Delta Q}{\Delta \varepsilon} = \frac{B \cdot A \cdot N \cdot \left|\cos 180° - \cos 0°\right|}{\Delta t}$$

$$R \cdot I = \frac{B \cdot A \cdot N \cdot 2}{\Delta t}$$

$$R \cdot \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{B \cdot A \cdot N \cdot 2}{\Delta t}$$

$$\boxed{\Delta q = \frac{2B \cdot A \cdot N}{R}}$$