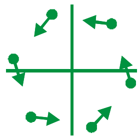
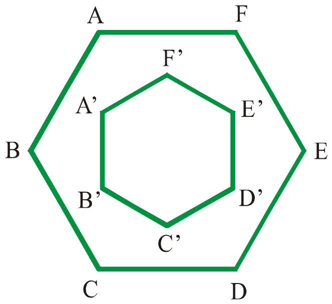
QUESTÃO 1

Um problema clássico da cinemática considera objetos que, a partir de certo instante, se movem conjuntamente com velocidade de módulo constante a partir dos vértices de um polígono regular, cada qual apontado à posição instantânea do objeto vizinho em movimento. A figura mostra a configuração desse movimento múltiplo no caso de um hexágono regular. Considere que o hexágono tinha 10,0 m de lado no instante inicial e que os objetos se movimentam com velocidade de módulo constante de 2,00 m/s. Após quanto tempo estes objetos se encontrarão e qual deverá ser a distância percorrida por cada um dos seis objetos?

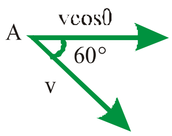
a) 5,8 s e 11,5 m
b) 11,5 s e 5,8 m
c) 10,0 s e 20,0 m
d) 20,0 s e 10,0 m
e) 20,0 s e 40,0 m



<u>RESOLUÇÃO</u>



Adotando-se o ponto A como referencial:



$$v\cos\theta = \frac{10}{t}$$

$$t = \frac{10}{2\frac{1}{2}} \Rightarrow t = 10s$$

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$2 = \frac{\Delta S}{10}$$

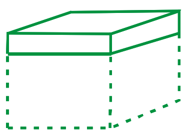
$$\Delta S = 20m$$

LETRA C

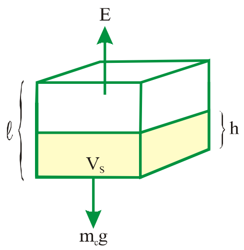
QUESTÃO 2

Um cubo maciço homogêneo com 4,0 cm de aresta flutua na água tranqüila de uma lagoa, de modo a manter 70% da área total da sua superfície em contato com a água, conforme mostra a figura. A seguir, uma pequena rã se acomoda no centro da face superior do cubo e este se afunda mais 0,50 cm na água. Assinale a opção com os valores aproximados da densidade do cubo e da massa da rã, respectivamente.

a) 0,20 g/cm³ e 6,4 g
b) 0,70 g /cm³ e 6,4 g
c) 0,70 g/cm³ e 8,0 g
d) 0,80 g/cm³ e 6,4 g
e) 0,80 g/cm³ e 8,0 g.



RESOLUÇÃO



Seja a área total: $A_T = 6\ell^2$

A área submersa será igual a $A_S = \ell^2 + 4\ell h$

Dados:

$$\rho_a = 1g/cm^3$$
$$\ell = 4cm$$
$$g = 10m/s^2$$

Do enunciado:

$$A_S = 0,7A_T$$
$$\ell^2 + 4\ell h = 0,76\ell^2 = 4,2\ell^2$$
$$h = 3,2cm$$

Seja portanto o volume submerso V_S

$$V_S = \ell^2 h$$

Da equação do equilíbrio inicial:

$$E = m_c \cdot g$$
$$\rho_a \cdot V_S \cdot g = \rho_c \cdot V_c \cdot g$$
$$1 \cdot \ell^2 \cdot h = \rho_c \cdot \ell^3$$
$$\rho_c = \frac{h}{\ell} = \frac{3,2}{4} \Rightarrow \rho_c = 0,8g/cm^3$$

Para a nova condição de equilíbrio:

$$E' + mg = m_c g$$
$$\rho_a \cdot \ell^2 \cdot (h + 0,5)\cancel{g} + m\cancel{g} = \rho_c \cdot \ell^3 \cdot \cancel{g}$$
$$1 \cdot 4^2 \cdot 3,7 + m = 0,8 \cdot 4^3 \Rightarrow m = 8g$$

LETRA E

QUESTÃO 3

Uma pessoa de 80,0 kg deixa-se cair verticalmente de uma ponte amarrada a uma corda elástica de "bungee jumping" com 16,0 m de comprimento. Considere que a corda se esticará até 20,0 m de comprimento sob a ação do peso. Suponha que, em todo o trajeto, a pessoa toque continuamente uma vuvuzela, cuja frequência natural é 235 Hz. Qual(is) é(são) a(s) distância(s) abaixo da ponto em que a pessoa se encontra para que um som de 225 Hz seja percebido por alguém parado sobre a ponte?

a) 11,4 m
b) 11,4 m e 14,4 m
c) 11,4 m e 18,4 m
d) 14,4 m e 18,4 m
e) 11,4 m e 14,4 m e 18,4 m

RESOLUÇÃO

Para a frequência observada $f_o = 225Hz$ e a frequência da fonte $f_f = 235Hz$, tem-se que:

$f_o = f_f \dfrac{v}{v + v_f}$, v: velocidade do som / v_f = velocidade da fonte

pois o observador está parado e a fonte afastando-se do mesmo, para uma frequência observada menor que a emitida. Logo

$$225 = 235\frac{340}{340 + v_f} \Rightarrow v_f = 15,11m/s$$

Para as situações onde $v_f = 15{,}11 m/s$:

i) Antes da corda esticar-se

$$v^2 = \cancel{v_0^2} + 2gh_1$$
$$15{,}11^2 = 2 \cdot 10 h_1$$
$$h_1 = 11{,}4m$$

ii) Depois da corda esticar-se

$$E_i = E_f$$

Para se determinar o valor de K

$$\frac{Kx_{max}^2}{2} = mg\left(16 + x_{max}\right) \Rightarrow K = \frac{2 \cdot 80 \cdot 10 \cdot 20}{4^2} = 2000 N/m$$

Logo: $mg\left(16 + x\right) = \frac{Kx^2}{2} + \frac{mv_f^2}{2} \Rightarrow \begin{matrix} x \cong 2{,}36 \Rightarrow h_2 = 18{,}4m \\ x \cong -1{,}56 \text{ (não convém)} \end{matrix}$

LETRA C

QUESTÃO 4

Na ficção científica *A Estrela*, de H. G. Wells, um grande asteróide passa próximo á Terra que, em consequência, fica com sua nova órbita mais próxima do Sol e tem seu ciclo lunar alterado para 80 dias. Pode-se concluir que, após o fenômeno, o ano terrestre e a distância Terra-Lua vão tornar-se, respectivamente,

a) mais curto - aproximadamente a metade do que era antes.
b) mais curto - aproximadamente duas vezes o que era antes.
c) mais curto – aproximadamente quatro vezes o que era antes.
d) mais longo – aproximadamente a metade do que era antes.
e) mais longo – aproximadamente um quarto do que era antes.

RESOLUÇÃO

Da equação que relaciona o período ao raio médio

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

i) Para a órbita da Terra ao Sol

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3} = \frac{4\pi^2}{GM_{Sol}} \Rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2$$

Como $r_2 < r_1 \Rightarrow T_2 < T_1$. Logo, o ano ficaria mais curto

ii) Para a órbita da Lua à Terra

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3} = \frac{4\pi^2}{GM_{Terra}} \Rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2$$

Sabemos que $T_1 \cong 28 \ dias$

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{80}{28}\right)^2 \cong 8{,}16 \cong 8 \Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = \sqrt[3]{8}$$

$r_2 \cong 2r_1$, logo, a distância Terra-Lua dobraria em relação ao que era antes.

LETRA B

QUESTÃO 5

Sobre uma mesa sem atrito, uma bola de massa M é presa por duas l]molas alinhadas de constante de mola k e comprimento natural ℓ_0, fixadas nas extremidades da mesa. Então, a bola é deslocada a uma distância x na direção perpendicular à linha inicial das molas, como mostra a figura, sendo solta a seguir. Obtenha a aceleração da bola, usando a aproximação $(1+a)^{\alpha} = 1+\alpha a$.

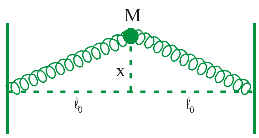
a) $a = -kx/M$

b) $a = -kx^2/2M\ell_0$

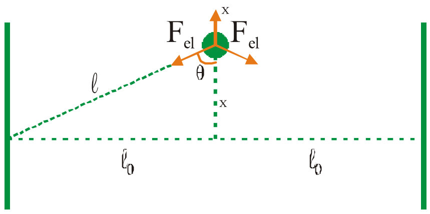
c) $a = -kx^2/M\ell_0$

d) $a = -kx^3/2M\ell_0^2$

e) $a = -kx^3/M\ell_0^2$



RESOLUÇÃO

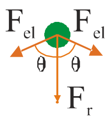


$$\cos\theta = \frac{x}{\ell}$$

$$sen\theta = \frac{\ell_0}{\ell}$$

$$F_{el} = K\Delta\ell = K\left(\ell - \ell_0\right)$$

Para a força resultante



$$F_r = -2F_{el}\cos\theta$$

Logo, para a aceleração resultante

$$M \cdot a_r = -2F_{el}\cos\theta = -2K(\ell - \ell_0)\frac{x}{\ell} = -2K\left[1 - \frac{\ell_0}{\ell}\right]x$$

mas

$$\ell^2 = \ell_0^2 + x^2 \Rightarrow \ell = \ell_0\left[1 + \left(\frac{x}{\ell_0}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{1}{\ell} = \frac{1}{\ell_0}\left[1 + \left(\frac{x}{\ell_0}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}$$

Da aproximação dada

$$\frac{1}{\ell} = \frac{1}{\ell_0}\left[1 + \left(\frac{x}{\ell_0}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \approx \frac{1}{\ell_0}\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{\ell_0}\right)^2\right]$$

Logo

$$a_r = -\frac{2K}{M}\left\{1 - \cancel{\ell_0}\left[\frac{1}{\cancel{\ell_0}}\left(1 - \frac{x^2}{2\ell_0^2}\right)\right]\right\}x = -\frac{2Kx}{M}\left(\frac{x^2}{2\ell_0^2}\right)$$

$$a_r = -\frac{Kx^3}{M\ell_0^2}$$

LETRA E

QUESTÃO 6

Um corpo de massa M, inicialmente em repouso, é erguido por uma corda de massa desprezível até uma altura H, onde fica novamente em repouso. Considere que a maior tração que a corda pode suportar tenha módulo igual a *n*Mg, em que $n > 1$. Qual deve ser o menor tempo possível para ser feito o erguimento desse corpo?

a) $\sqrt{\dfrac{2H}{(n-1)g}}$

b) $\sqrt{\dfrac{2nH}{(n-1)g}}$

c) $\sqrt{\dfrac{nH}{2(n-1)^2 g}}$

d) $\sqrt{\dfrac{4nH}{(n-2)g}}$

e) $\sqrt{\dfrac{4nH}{(n-1)g}}$

RESOLUÇÃO

O corpo realizará um movimento uniformemente acelerado num trecho do percurso, com aceleração máxima a_{max}, determinada pela tração máxima na corda e uniformemente desacelerado no restante do percurso com aceleração de intensidade igual a g. Assim:

i) Na primeira parte do percurso

$$T_{max} - mg = m \cdot a_{max}$$
$$nmg - mg = m \cdot a_{max} \Rightarrow a_{max} = (n-1)g$$
$$d_1 = a_{msx}\frac{\Delta t_1^2}{2} = (n-1)g\frac{\Delta t_1^2}{2}$$
$$d_1 = \frac{(n-1)g\Delta t_1^2}{2}$$

ii) Na segunda parte do percurso

$$a_r = -g$$
$$d_2 = \frac{g\Delta t_2^2}{2}$$

Logo, a distância total percorrida é dada por

$$H = d_1 + d_2 = (n-1)g\frac{\Delta t_1^2}{2} + \frac{g\Delta t_2^2}{2} = \frac{g}{2}\left[(n-1)\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2\right]$$

Seja v_{max} a velocidade máxima alcançada no percurso, deve-se ter que

$$v_{max} = (n-1)g\Delta t_1 = g\Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = (n-1)\Delta t_1$$

Logo

$$H = \frac{g}{2}\left[(n-1)\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2\right] = \frac{g}{2}\left[(n-1) + (n-1)^2\right]\Delta t_1^2 \Rightarrow \Delta t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g(n-1)n}}$$

Para o tempo total Δt

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = n\Delta t_1 \Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2nH}{(n-1)g}}$$

LETRA B

QUESTÃO 7

Uma partícula de massa m move-se sobre uma linha reta horizontal num Movimento Harmônico Simples (MHS) com centro O. Inicialmente, a partícula encontra-se na máxima distância x_0 de O e, a seguir, percorre uma distância a no primeiro segundo e uma distância b no segundo seguinte, na mesma direção e sentido. Quanto vale a amplitude x_0 desse movimento?

a) $2\boldsymbol{a}^3/(3\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{b}^2)$

b) $2\boldsymbol{b}^2/(4\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$

c) $2\boldsymbol{a}^2/(3\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$

d) $2\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b}/(3\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{b}^2)$

e) $4\boldsymbol{a}^2/(3\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$

<u>RESOLUÇÃO</u>

$$x = x_0 \cos \omega t$$
$$x_a = x_0 \cos \omega \Rightarrow a = x_0 - x_a = x_0(1-\cos\omega)$$
$$x_b = x_0 \cos 2\omega \Rightarrow b = x_a - x_b = x_0(1-\cos 2\omega)$$
$$1-\cos\omega = \frac{a}{x_0} \Rightarrow \cos\omega = \frac{x_0 - a}{x_0}$$
$$\cos\omega - \cos 2\omega = \frac{b}{x_0} \Rightarrow \cos\omega - (2\cos^2\omega - 1) = \frac{b}{x_0}$$
$$\left\{\frac{x_0-a}{x_0} - \left[2\frac{\left(x_0^2 - 2x_0 a + a^2\right)}{x_0^2} - 1\right] = \frac{b}{x_0}\right\}\left(xx_0^2\right)$$
$$x\left(x_0 - a\right) - \left[2x_0^2 - 4x_0 a + 2a^2 - x_0^2\right] = bx_0$$
$$\cancel{x_0^2} - x_0 a - \cancel{x_0^2} + 4x_0 a - 2a^2 = bx_0$$
$$(3a-b)x_0 = 2a^2$$
$$x_0 = \frac{2a^2}{(3a-b)}$$

LETRA C

QUESTÃO 8

Duas partículas idênticas, de mesma massa m, são projetadas de um origem O comum, num plano vertical, com velocidade iniciais de mesmo módulo v_0 e ângulos de lançamento respectivamente α e β em relação à horizontal. Considere T_1 e T*2* os respectivos tempos de alcance do ponto mais alto de cada trajetória e t_1 e t_2 os respectivos tempos para as partículas alcançar um ponto comum de ambas as trajetórias. Assinale a opção com o valor da expressão $t_1T_1 + t_2T_2$.

a) $2v_0^2(\boldsymbol{tg}\alpha + \boldsymbol{tg}\beta)/\boldsymbol{g}^2$

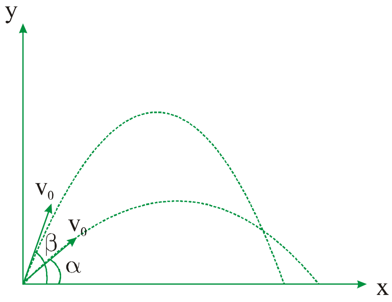
b) $2v_0^2/\boldsymbol{g}^2$

c) $4v_0^2\boldsymbol{sen}\alpha/\boldsymbol{g}^2$

d) $4v_0^2\boldsymbol{sen}\beta/\boldsymbol{g}^2$

e) $2v_0^2(\boldsymbol{sen}\alpha + \boldsymbol{sen}\beta/\boldsymbol{g}^2$

RESOLUÇÃO



Sejam as equações horárias das partículas

$$x_1 = v_0 \cos\alpha t \qquad y_1 = v_0 sen\alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

$$x_2 = v_0 \cos\beta t \qquad y_2 = v_0 sen\beta t - \frac{gt^2}{2}$$

Para os tempos T_1 e T_2, as velocidades verticais devem ser iguais a zero.

$$v_{y1} = v_0 sen\alpha t - gt \Rightarrow T_1 = \frac{v_0 sen\alpha}{g}$$

$$v_{y2} = v_0 sen\beta t - gt \Rightarrow T_2 = \frac{v_0 sen\beta}{g}$$

Para o ponto comum a ambas as trajetórias:

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \cancel{v_0} \cos\alpha t_1 = \cancel{v_0} \cos\beta t_2 \Rightarrow \cos\alpha t_1 = \cos\beta t_2$$

$$y_1 = y_2 \Rightarrow v_0 sen\alpha t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = v_0 sen\beta t_2 - \frac{gt_2^2}{2}$$

$$\left(v_0 sen\alpha - \frac{gt_1}{2}\right)t_1 = \left(v_0 sen\beta - \frac{gt_2}{2}\right)t_2$$

Mas $t_1 = \dfrac{\cos\beta}{\cos\alpha} t_2 \Rightarrow \left[v_0 sen\alpha - \dfrac{gt_2}{2}\left(\dfrac{\cos\beta}{\cos\alpha}\right)\right]\cancel{t_2}\left(\dfrac{\cos\beta}{\cos\alpha}\right) = \left(v_0 sen\beta - \dfrac{gt_2}{2}\right)\cancel{t_2}$

$$\left(v_0 sen\alpha \frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\right) - v_0 sen\beta = \frac{g}{2}\left[\frac{\cos^2\beta}{\cos^2\alpha} - 1\right]t_2$$

$$t_2 = \frac{2v_0}{g}\left[\frac{\dfrac{sen\alpha\cos\beta - sen\beta\cos\alpha}{\cos\alpha}}{\dfrac{\cos^2\beta - \cos^2\alpha}{\cos^2\beta}}\right]$$

$$t_2 = \frac{2v_0}{g} \cdot \frac{sen(\alpha - \beta)}{\cos^2\beta - \cos^2\alpha} \cdot \cos\alpha$$

$$t_2 = \frac{2v_0}{g} \cdot \frac{sen(\alpha - \beta)}{\cos^2\beta - \cos^2\alpha} \cdot \cos\beta$$

Logo

$$t_1 \cdot T_1 + t_2 \cdot T_2 = \frac{2v_0^2}{g^2}\left[\frac{sen(\alpha - \beta)}{\cos^2\beta - \cos^2\alpha}\right]\left[sen\alpha\cos\alpha + sen\beta\cos\beta\right]$$

$$t_1 \cdot T_1 + t_2 \cdot T_2 = \frac{2v_0^2}{g^2} \cdot \frac{sen(\alpha - \beta)sen(\alpha + \beta)}{\cos^2\beta - \cos^2\alpha}$$

$$\frac{2v_0^2}{g^2}\left[\frac{(sen\alpha\cos\beta)^2 - (sen\beta\cos\alpha)^2}{\cos^2\beta - \cos^2\alpha}\right] =$$

$$\frac{2v_0^2}{g^2}\left[\frac{\cos^2\beta(1 - \cos^2\alpha) - \cos^2\alpha(1 - \cos^2\beta)}{\cos^2\beta - \cos^2\alpha}\right] =$$

$$\frac{2v_0^2}{g^2}\left[\frac{\cos^2\beta - \cancel{\cos^2\beta\cos^2\alpha} - \cos^2\alpha + \cancel{\cos^2\beta\cos^2\alpha}}{\cos^2\beta - \cos^2\alpha}\right] =$$

$$t_1 T_1 + t_2 T_2 = \frac{2v_0^2}{g^2}$$

LETRA B

QUESTÃO 9

Um exercício sobre a dinâmica da partícula tem seu início assim enunciado: ***Uma partícula está se movendo com uma aceleração cujo módulo é dado por*** $\mu(r + a^3/r^2)$ ***, sendo r a distância entre a origem e a partícula. Considere que a partícula foi lançada a partir de uma distância a com um velocidade inicial de*** $2\sqrt{\mu a}$ **. Existe algum erro conceitual nesse enunciado? Por que razão?**

a) Não, porque a expressão para a velocidade é consistente com a aceleração;

b) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2a^2\sqrt{\mu}$ **;**

c) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2a^2\sqrt{\mu/r}$ **;**

d) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2\sqrt{a^2\mu/r}$ **;**

e) Sim, porque a expressão correta para a velocidade seria $2a\sqrt{\mu}$ **;**

RESOLUÇÃO

Da análise dimensional da aceleração dada

$$[a_R] = [\mu]\cdot\left[\left(r + \frac{a^3}{r^2}\right)\right] \Rightarrow \frac{m}{s^2} = [\mu]\cdot m$$

$$[\mu] = \frac{1}{s^2}$$

Logo, as unidade da expressão dada não condizem com a unidade de velocidade.

Para a expressão correta da velocidade deve-se ter $[v_0] = [L][T]^{-1}$

Pelos parâmetros dados $[v_0] = 2a\sqrt{\mu}$

LETRA E

QUESTÃO 10

Um prisma regular hexagonal homogêneo com peso de 15N e aresta da base de 2,0 m é mantido de pé graças ao apoio de um dos seus vértices da base inferior (ver figura) e à ação de uma força vertical de suspensão de 10 N (não mostrada). Nessas condições, o ponto de aplicação da força na base superior do prisma encontra-se

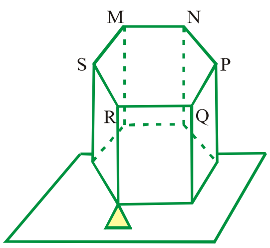
a) sobre o segmento $\overline{RM}$ **a 2,0 m de R.**

b) sobre o segmento $\overline{RN}$ **a 4,0 m de R.**

c) sobre o segmento $\overline{RN}$ **a 3,0 m de R.**

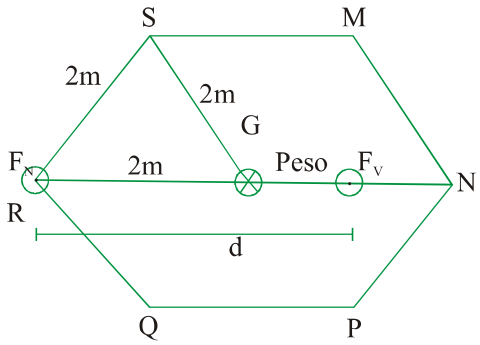
d) sobre o segmento $\overline{RN}$ **a 2,0 m de R.**

e) sobre o segmento $\overline{RP}$ **a 2,5 m de R.**



RESOLUÇÃO

Seja a vista superior do hexágono que define o prisma, com as forças atuantes



Assim, a força vertical deve atuar de modo a equilibrar o sistema.
Fazendo o equilíbrio do corpo com o pólo em R, tem-se que a força vertical F_V deve ser tal que

$$M_R = P \cdot 2 - F_V d = 0$$
$$2 \cdot 15 = 10d$$
$$d = 3m$$

Logo a força atua no segmento $\overline{RN}$ a uma distância de 3m em relação a R.

LETRA C

QUESTÃO 11

Um relógio tem um pêndulo de 35 cm de comprimento., Para regular seu funcionamento, ele possui uma porca de ajuste que encurta o comprimento do pêndulo de 1 mm a cada rotação completa à direita e alonga este comprimento de 1 mm a cada rotação completa à esquerda. Se o relógio atrasa um minuto por dia, indique o número aproximado de rotações da porca e sua direção necessários para que ele funcione corretamente.

a) 1 rotação à esquerda
b) ½ rotação à esquerda
c) ½ rotação à direita
d) 1 rotação à direita
e) 1 e ½ rotações à direita.

RESOLUÇÃO

$$\boldsymbol{T} = 2\pi\sqrt{\frac{\boldsymbol{l}}{\boldsymbol{g}}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,35}{10}} \simeq 1,17\boldsymbol{s}$$
$$\boldsymbol{T}' = 2\pi\sqrt{\frac{\boldsymbol{l}'}{\boldsymbol{g}}}$$

1 dia = 86400 s
1 minuto = 60 s

$$86400 - \boldsymbol{T}$$
$$60 - (\boldsymbol{T} - \boldsymbol{T}')$$

$$T - T' = \frac{60T}{86400}$$

$$T - T' = \frac{T}{1440}$$

$$\frac{\cancel{2\pi}}{\cancel{\sqrt{g}}}(\sqrt{l'} - \sqrt{l'}) = \frac{\cancel{2\pi}}{1440}\sqrt{\frac{l}{\cancel{g}}}$$

$$\sqrt{l'} = \sqrt{l} - \frac{\sqrt{l}}{1400}$$

$$\sqrt{l'} = \sqrt{l}\left(1 - \frac{1}{1400}\right)$$

$$l' = l\left(1 - \frac{1}{1400}\right)^2$$

$$l' = 34{,}95\,\text{cm}$$

Diminui 0,5 mm.

$\frac{1}{2}$ rotação à direita

LETRA C

QUESTÃO 12

Um hemisfério de vidro maciço de raio de 10 cm e índice de refração $n = 3/2$ tem sua face plana apoiada sobre uma parede, como ilustra a figura. Um feixe colimado de luz de 1 cm de diâmetro incide sobre a face esférica, centrado na direção do eixo de simetria do hemisfério. Valendo-se das aproximações de ângulos pequenos, $sen\theta \approx \theta$ e $tg\theta \approx \theta$, o diâmetro do círculo de luz que se forma sobre a superfície da parede é de

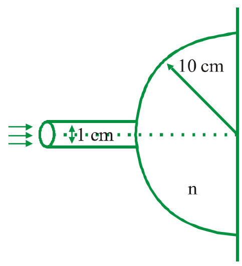
a) 1 cm.

b) $\frac{2}{3}$ cm.

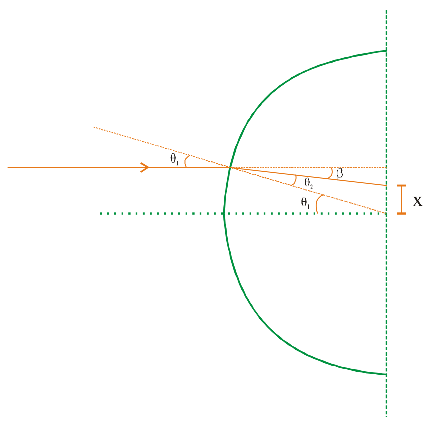
c) $\frac{1}{2}$ cm.

d) $\frac{1}{3}$ cm.

e) $\frac{1}{10}$ cm.



RESOLUÇÃO



$$n_{ar} sen\theta_1 = n_v sen\theta_2$$

Sendo θ_1 muito pequeno

$$n_{ar} sen\theta_1 = n_v sen\theta_2$$
$$1 tg\theta_1 = n_v sen\theta_2$$
$$\frac{0,5}{10} = \frac{3}{2} sen\theta_2$$
$$sen\theta_2 = \frac{1}{30}$$

$$\theta_2 = \theta_1 - \beta$$
$$\theta_1 - \beta = \frac{1}{30}$$
$$\beta = \theta_1 - \frac{1}{30}$$
$$\beta = \frac{0,5}{10} - \frac{1}{30}$$
$$\beta = \frac{0,5}{30}$$

$$x = 0,5 - Rtg\beta$$
$$x = 0,5 - \frac{0,5}{30}10$$
$$x = 0,5 - \frac{5}{30}$$
$$x = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$
$$Logo\ 2x = \frac{2}{3}$$

LETRA B

QUESTÃO 13

A inversão temporal de qual dos processos abaixo NÃO violaria a segunda lei de termodinâmica?
a) A queda de um objeto de uma altura *H* e subseqüente parada no chão
b) O movimento de um satélite ao redor da Terra
c) A freiada brusca de um carro em alta velocidade
d) O esfriamento de um objeto quente num banho de água fria
e) A troca de matéria entre duas estrelas de um sistema binário

RESOLUÇÃO

O único processo reversível é o da letra B. Em todos os demais existem forças dissipativas.

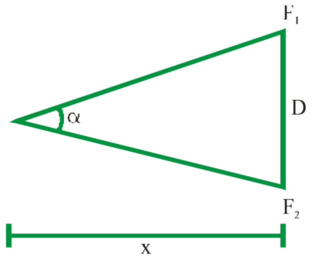
LETRA B

QUESTÃO 14

Fontes distantes de luz separadas por um ângulo α numa abertura de diâmetro D podem ser distinguidas quando $\alpha > 1,22\lambda / D$, em que λ é o comprimento de onda da luz. Usando o valor de 5 mm para o diâmetro das suas pupilas, a que distância máxima aproximada de um carro você deveria estar para ainda poder distinguir seus faróis acessos? Considere uma separação entre os faróis de 2 m.

a) 100 m
b) 500 m
c) 1 km
d) 10 km
e) 100 km

RESOLUÇÃO



$$\alpha \cong tg\alpha \cong sen\alpha = \frac{D}{x}$$

$$\alpha \cong \frac{2}{x}$$

$$\frac{1{,}22 \cdot 570 \cdot 10^{-9}}{5 \cdot 10^{-3}} < \frac{2}{x}$$

$$x < \frac{10^{-2}}{695{,}4 \cdot 10^{-9}}$$

$$x < 14{,}38 \cdot 10^{3}\, m$$

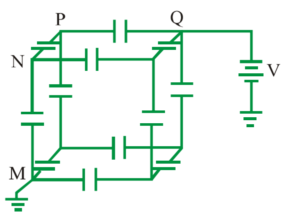
$$x < 14{,}38 km$$

LETRA D

QUESTÃO 15

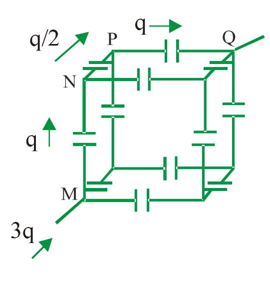
Uma diferença de potencial eletrostático *V* é estabelecida entre os pontos *M* e *Q* da rede cúbica de capacitores idênticos mostrada na figura. A diferença de potencial entre os pontos *N* e *P* é

a) V/2.
b) V/3.
c) V/4.
d) V/5.
e) V/6.



RESOLUÇÃO

Cálculo da capacitância equivalente



$$Q = C \cdot U \Rightarrow U = \frac{Q}{C}$$

$$U = \frac{3q}{C_{eq}} \Rightarrow \frac{q}{C} + \frac{q}{2C} + \frac{q}{C} = \frac{3q}{C_{eq}}$$

$$\frac{2q + q + 2q}{2C} = \frac{3q}{C_{eq}} \Rightarrow C_{eq} = \frac{6c}{5}$$

Logo:

$$Q = C_{eq} \cdot V$$

$$3q = \frac{6C}{5} V \Rightarrow q = \frac{6CV}{15} = \frac{2CV}{5}$$

Assim:

$$Q_{NP} = C \cdot U_{NP}$$

$$U_{NP} = \frac{Q_{NP}}{C} \Rightarrow U_{NP} = \frac{\frac{q}{2}}{C} = \frac{\frac{2CV}{5}}{2C}$$

$$U_{NP} = \frac{V}{5}$$

LETRA D

QUESTÃO 16

Um fio condutor é derretido quando o calor gerado pela corrente que passa por ele se mantém maior que o calor perdido pela superfície do fio (desprezando a condução de calor pelos contatos). Dado que uma corrente de 1 A é a mínima necessária para derreter um fio de seção transversal circular de 1 mm de raio e 1 cm de comprimento, determine a corrente mínima para derreter um outro fio da mesma substância com seção transversal circular de 4 mm de raio e 4 cm de comprimento.

a) 1/8 A
b) 1/4 A
c) 1 A
d) 4 A
e) 8 A

<u>RESOLUÇÃO</u>

$$A = 2\pi r L$$

$$A_1 = 2\pi r_1 L_1 \ e \ A_2 = 2\pi r_2 L_2$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{2\pi r_1 L_1}{2\pi r_2 L_2} = \frac{1 \cdot 1}{4 \cdot 4} \Rightarrow A_2 = 16 A_1$$

Mas $R = \rho \frac{L}{A}$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho L_1 / A_1}{\rho L_2 / A_2} = \frac{L_1}{A_1} \cdot \frac{A_2}{L_2} = \frac{L_1 \pi r_2^2}{\pi r_1^2 L_2} = \frac{1 \cdot 4^2}{1^2 \cdot 4} = 4$$

$$\therefore R_1 = 4 R_2$$

$$\frac{\rho}{A} = cte \Rightarrow \frac{R_1 L_1{}^2}{A_1} = \frac{R_2 L_2{}^2}{A_2}$$

Como $\frac{4 \cancel{R_2} 1^2}{\cancel{A_1}} = \frac{\cancel{R_2} L_2{}^2}{16 \cancel{A_1}} \Rightarrow 2 = \frac{L_2}{4} \Rightarrow L_2 = 8A$

LETRA E

QUESTÃO 17

Prótons (carga *e* e massa m_p), deuterons (carga *e* e massa $m_d = 2m_p$) e partículas alfas (carga 2*e* e massa $m_a = 4m_p$) entram em um campo magnético uniforme $\vec{B}$ perpendicular a suas velocidades, onde se movimentam em órbitas circulares de períodos T*p*, T*d* e T_a, respectivamente. Pode-se afirmar que as razões dos períodos T_d/T_p e T_a/T_p são, respectivamente,

a) 1 e 1.

b) 1 e $\sqrt{2}$.

c) $\sqrt{2}$ e 2.

d) 2 e $\sqrt{2}$.

e) 2 e 2.

RESOLUÇÃO

$$p \rightarrow e\ m_p$$
$$D \rightarrow e\ 2m_p$$
$$\alpha \rightarrow 2e\ 4m_p$$
$$T = \frac{2\pi m}{|q|B}$$
$$T_P = \frac{2\pi}{B} \cdot \frac{m}{e}$$
$$T_D = \frac{2\pi}{B} \cdot \frac{2m}{e}$$
$$T_\alpha = \frac{2\pi}{B} \cdot \frac{4m}{2e} \Rightarrow T_\alpha = \frac{2\pi}{B} \cdot \frac{2m}{e}$$
$$\frac{T_D}{T_P} = 2$$
$$\frac{T_\alpha}{T_P} = 2$$

LETRA E

QUESTÃO 18

Uma bobina de 100 espiras, com seção transversal de área de 400 cm² e resistência de 20Ω, está alinhada com seu plano perpendicular ao campo magnético da Terra, de $7{,}0x10^{-4}T$ na linha do Equador. Quanta carga flui pela bobina enquanto ela é virada de 180° em relação ao campo magnético?

a) $1{,}4x10^{-4}C$

b) $2{,}8x10^{-4}C$

c) $1{,}4x10^{-2}C$

d) $2{,}8x10^{-2}C$

e) $1{,}4C$

RESOLUÇÃO

$$E_{ind} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$
$$Ri = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$
$$R\frac{q}{\Delta t} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Para meia volta

$$Rq = \Phi_{\max}$$

Para uma volta completa

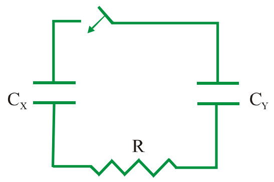
$$q = \frac{2\Phi_{\max} n}{R}$$
$$q = \frac{2 \cdot 0{,}04 \cdot 7 \cdot 10}{20} \cdot 100$$
$$q = 0{,}028 \cdot 10^{-2}$$
$$q = 2{,}8 \cdot 10^{-4}$$

LETRA B

QUESTÃO 19

No circuito ideal da figura, inicialmente aberto, o capacitor de capacitância C_x encontra-se carregado e armazena uma energia potencial elétrica E. O capacitor de capacitância $C_Y = 2C_X$ está inicialmente descarregado. Após fechar o circuito e este alcançar um novo equilíbrio, pode-se afirmar que a soma das energias armazenadas nos capacitores é igual a

a) 0
b) E/9.
c) E/3.
d) 4E/9.
e) E.



RESOLUÇÃO

$$\boldsymbol{E_n = E} \qquad \boldsymbol{C = \frac{Q}{V}}$$
$$\boldsymbol{E = \frac{C \cdot V^2}{2} = \frac{Q \cdot V}{2} = \frac{Q^2}{2C}}$$
$$\boldsymbol{C_{eq} = \frac{C_x 2C_x}{3C_x}}$$
$$\boldsymbol{C_{eq} = \frac{2}{3}C_x}$$

Antes da abertura

$$\boxed{\boldsymbol{E = \frac{{Q_x}^2}{2C_x}}}$$

Após o fechamento do circuito

$Q'_x + Q'_y = Q_x$ (I)

No equilíbrio $\boldsymbol{V \to cte}$

$$\boldsymbol{\frac{Q'_x}{C_x} = \frac{Q'_y}{2C_x} \Rightarrow Q'_x = \frac{Q'_y}{2}} \quad \boldsymbol{(II)}$$

II EM I

$$\frac{Q'_y}{C_x} + Q'_y = Q_x$$

$$\boxed{Q'_y = \frac{2}{3} Q_x}$$

$$\boxed{Q'_x = \frac{Q_x}{3}}$$

$$E_{x'} = \frac{1}{9} \cdot \frac{Q_x{}^2}{2C_x}$$

$$E_{y'} = \frac{4}{9} \cdot \frac{Q_x{}^2}{4C_x}$$

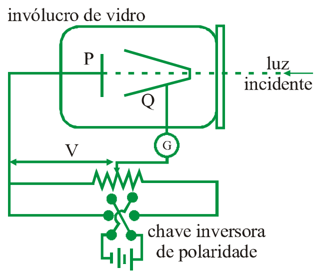
$$E_{x'} + E_{y'} = \frac{3}{18}\frac{Qx^2}{Cx} = \frac{1}{6}\frac{Qx^2}{Cx} = E'$$

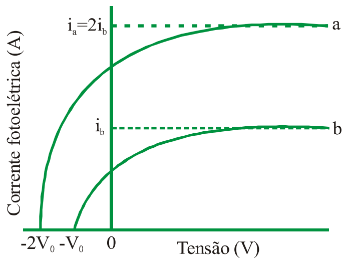
$$E' = \frac{1}{3} E$$

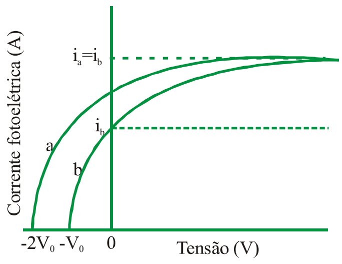
LETRA C

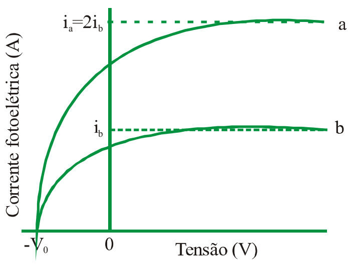
QUESTÃO 20

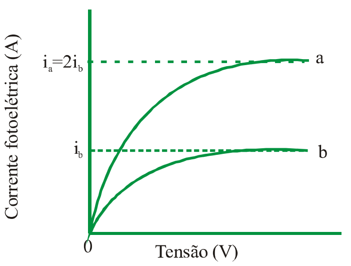
O aparato para estudar o efeito fotoelétrico mostrado na figura consiste de um invólucro de vidro que encerra o aparelho em um ambiente no qual se faz vácuo. Através de uma janela de quartzo, luz monocromática incide sobre a placa de metal *P* e libera elétrons. Os elétrons são então detectados sob a forma de uma corrente, devido à diferença de potencial *V* estabelecida entre *P* e *Q*. Considerando duas situações distintas *a* e *b*, nas quais a intensidade da luz incide em *a* é o dobro do caso *b*, assinale qual dos gráficos abaixo representa corretamente a corrente fotoelétrica em função da diferença de potencial.

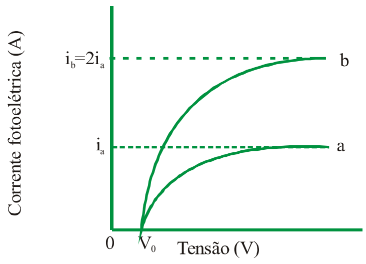


a)


b)


c)


d)


e)


RESOLUÇÃO

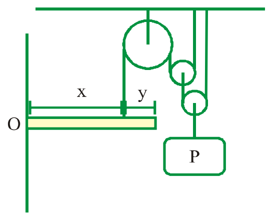
A luz monocromática incide sobre a placa de metal, retirando elétrons. Sabendo que a emissão de fotoelétrons depende apenas da frequência da radiação, como o elétron freia, o potencial de corte inicial deve ser negativo e o mesmo para as duas situaçõe, pois o efeito fotoelétrico não depende da intensidade.

Como maior intensidade da luz, maior será a corrente máxima medida no experimento, a resposta correta é a

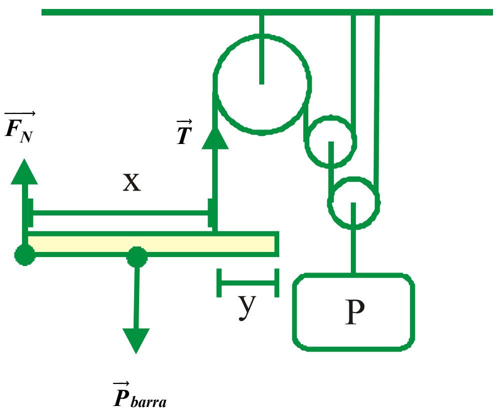
LETRA C

QUESTÃO 21

Uma barra homogênea, articulada no pino *O*, é mantida na posição horizontal por um fio fixado a uma distância x de *O*. Como mostra a figura, o fio passa por um conjunto de três polias que também sustentam um bloco de peso *P*. Desprezando efeitos de atrito e o peso das polias, determine a força de ação do pino *O* sobre a barra.



RESOLUÇÃO



Com o pólo colocado sobre o peso da barra:

$$T=\frac{P}{4}$$

$$M_r=0$$

$$F_N\cdot\frac{(x+y)}{2}=T\cdot\left[x-\frac{(x+y)}{2}\right]$$

$$F_N\cdot\frac{(x+y)}{2}=\frac{P}{4}\left(\frac{2x-x-y}{2}\right)$$

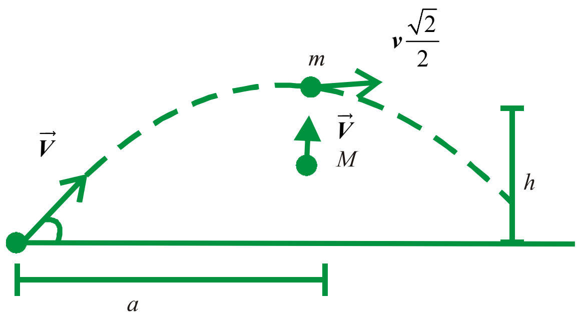
$$4F_N(x+y)=P(x-y)$$

$$\boxed{F_N=\frac{P(x-y)}{4(x+y)}}$$

QUESTÃO 22

Um objeto de massa *m* é projetado no ar a 45° do chão horizontalmente com uma velocidade *v*. No ápice de sua trajetória, este objeto é interceptado por um segundo objeto, de massa *M* e velocidade V, que havia sido projetado verticalmente do chão. Considerando que os dois objetos "se colam" e desprezando qualquer tipo de resistência aos movimentos, determine a distância *d* do ponto de queda dos objetos em relação ao ponto de lançamento do segundo objeto.

<u>RESOLUÇÃO</u>



Do alcance horizontal

$$2a = \frac{v^2}{g} sen 2\theta \qquad h = \left(\frac{v\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2g}$$

$$\boxed{a = \frac{v^2}{2 \cdot g}} \qquad \boxed{h = \frac{v^2}{4g}}$$

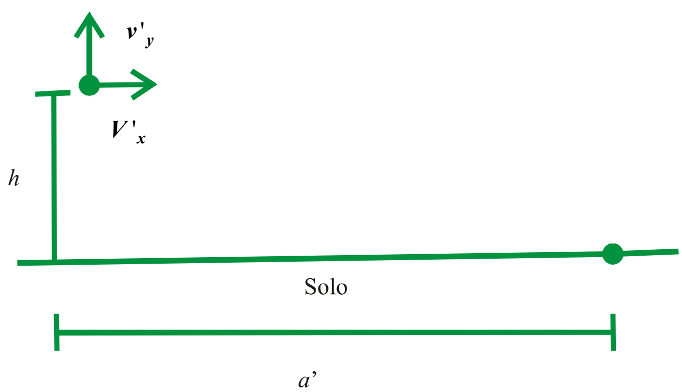
Na colisão verticalmente

$$Q_0 = Q_f \qquad m \cdot \frac{v\sqrt{2}}{2} = (M + m)V_x'$$

$$M \cdot V = (M + m) \cdot V' \qquad \boxed{Vx' = \frac{mv\sqrt{2}}{2(M + m)}}$$

$$\boxed{V_y' = \frac{M \cdot V}{M + m}}$$

Novo lançamento com as componentes:¨



$$h = v'_y t - \frac{gt^2}{2}$$

$$\frac{gt^2}{2} - v'_y t - h = 0$$

$$V' \pm \sqrt{v'^2 + \frac{4hg}{2}} = t$$

$$t = \frac{v'_y + \sqrt{v'^{\,2}_y + 2gh}}{g}$$

$$a' = v'_x \cdot t$$

$$a' = \frac{mv2}{2(M+m)} \cdot \frac{v'_y + \sqrt{v'^{\,2}_y + 2gh}}{g}$$

$$= \frac{mv\sqrt{2}}{2(M+m)} \cdot \left[\frac{MV}{(M+m)} + \sqrt{\left(\frac{M^2V^2}{M+m^2} \right) + \frac{\cancel{2g}\,v^2}{2\,\cancel{^4}g\,\cancel{^2}}} \right] \cdot \frac{1}{g}$$

$$= \frac{mv\sqrt{2}}{2g(M+m)} \cdot \left[\frac{MV}{(M+m)} + \sqrt{\frac{2M^2V^2 + v^2(M+m)^2}{2(M+m)^2}} \right]$$

$$= \frac{mv\sqrt{2}}{2g(M+m)^2} \left[MV + \sqrt{\frac{2M^2V^2 + v^2(M+m)^2}{2}} \right]$$

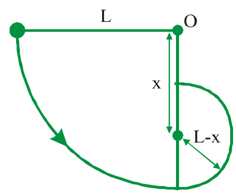
$$\Delta S = a + a'$$

$$\Delta S = \frac{v^2}{2g} + \frac{mv \cdot \sqrt{2}}{2g(M+m)^2} \left[MV + \sqrt{\frac{2M^2V^2 + v^2(M+m)^2}{2}} \right]$$

$$\Delta S = \frac{v}{2g} \left[v + \frac{m \cdot \sqrt{2}}{(M+m)^2} \right] \left[MV + \sqrt{\frac{2M^2V^2 + v^2(M+m)^2}{2}} \right]$$

QUESTÃO 23

Um pêndulo, composto de uma massa *M* fixada na extremidade de um fio inextensível de comprimento *L*, é solto de uma posição horizontal. EM dado momento do movimento circular, o fio é interceptado por uma barra metálica de diâmetro desprezível, que se encontra a uma distância x na vertical abaixo do ponto *O*. Em consequência, a massa *M* passa a se movimentar num círculo de raio *L – x*, conforme mostra a figura. Determine a faixa de valores de *x* para os quais a massa do pêndulo alcance o ponto mais alto deste novo círculo.



RESOLUÇÃO

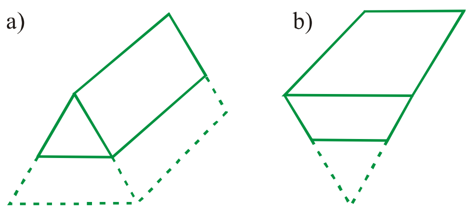
Pela conservação da energia:

$$mgL = \frac{m \cdot V_B^{\,2}}{2}$$
$$V_B = \sqrt{2gL}$$
$$T = 0 \Rightarrow V_{\text{mín}}$$
$$F_{cp} = P$$
$$\frac{V_c^{\,2}}{L - x} = g$$
$$\boxed{V_c = \sqrt{(L - x) \cdot g}}$$

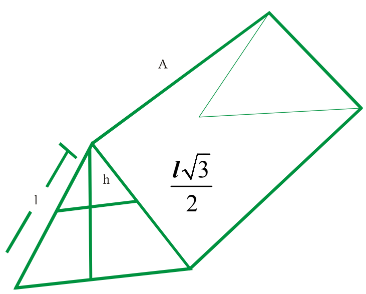
$$E_{mecB} = E_{mecC}$$
$$\frac{mV_B^{\,2}}{2} = \frac{mV_C^{\,2}}{2} + mg2(L - x)$$
$$\frac{2gL}{2} = \frac{(L - x) \cdot g}{2} + \frac{4g(L - x)}{2}$$
$$2L = L - x + 4L - 4x$$
$$3L = 5x$$
$$\boxed{x = \frac{3L}{5}} \quad para\ V_{\text{mín}}$$
$$Logo: \boxed{\frac{3L}{5} \le x < L}$$

QUESTÃO 24

Um bloco, com distribuição homogênea de massa, tem o formato de um prisma regular cuja seção transversal é um triângulo equilátero. Tendo 0,5 g/cm3 de densidade, tal bloco poderá flutuar na água em qualquer das posições mostradas na figura. Qual das duas posições será mais estável? Justifique sua resposta. Lembrar que o barricentro do triângulo encontra-se a 2/3 da distância entre um vértice e seu lado oposto.



<u>RESOLUÇÃO</u>



$$l \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$P = E$$

$$mg = p \cdot g \cdot V_{submerso}$$

$$0{,}5 \cdot \cancel{10^3 \cdot 10} \cdot \frac{l23}{4} \cancel{a} = \cancel{10^3 \cdot 10} \left(\frac{l^2\sqrt{3}}{4} - \frac{h^2 2}{3} \right) \cancel{a}$$

$$\frac{l^2 \cancel{\sqrt{3}}}{8} = \frac{l^2 \cancel{\sqrt{3}}}{4} - h^2 \cdot \frac{2\cancel{\sqrt{3}}}{3}$$

$$\frac{l^2}{8} - \frac{l^2}{4} = -h^2 \cdot \frac{2}{3}$$

$$\frac{l^2}{4} = h^2 \cdot \frac{2}{3}$$

$$h^2 = 3\frac{l^2}{8}$$

$$\boxed{h = l\sqrt{\frac{3}{8}}}$$

O centro de massa se encontra em:

$$CM = \frac{l\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3}$$

$$CM = \frac{l\sqrt{3}}{3}$$

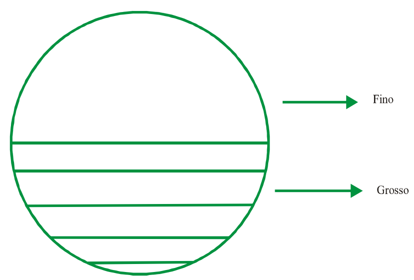
Como $\sqrt{\frac{3}{8}} > \frac{\sqrt{3}}{3}$ então h > CM.

Assim o centro de massa está acima do nível da água, caracterizando um equilíbrio instável. Consideraremos o mais estável, aquele que o centro de massa do corpo encontra-se gravitacionalmente mais baixo ou seja, na posição b.

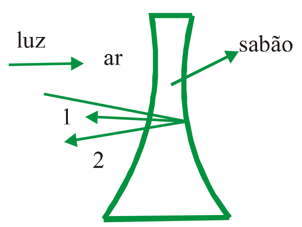
QUESTÃO 25

Um filme fino se sabão é sustentado verticalmente no ar por uma argola. A parte superior do filme aparece escura quando é observada por meio de luz branca refletida. Abaixo da parte escura aparecem bandas coloridas. A primeira banda tem cor vermelha ou azul? Justifique sua resposta.

RESOLUÇÃO



Perfil



1 - há inversão de fase
2- não há inversão de fase

Sendo e a espessura do filme e que esta aumenta até a base devido a ação da gravidade temos que $2l = n\frac{\lambda}{2}$ para a parte escura interferência destrutiva.

$$2l = 2 \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$\boxed{2l = \lambda}$$

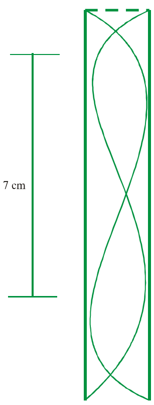
Ao aumentarmos a espessura λ deve aumentar para continuar havendo interferência.

$\therefore$ Azul. Freqüências mais baixas terão interferência destrutica.

QUESTÃO 26

O tubo mais curto de um órgão típico de tubos tem um comprimento de aproximadamente 7 cm. Qual é o harmônico mais alto na faixa audível, considerada como estando entre 20 Hz e 20.000 Hz, de um tubo deste comprimento aberto nas duas extremidades?

RESOLUÇÃO



$$L = n\frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$
$$v = \lambda \cdot F$$
$$L = n \cdot \frac{V}{2f}$$
$$f = \frac{nV}{2L}$$
$$f = \frac{n \cdot 340}{2 \cdot 0,07}$$
$$f = n \cdot \frac{170}{0,07}$$

Harmônico mais alto implica maior frequência.

$$\frac{20000 \cdot 0,07}{170} = n$$
$$n = \frac{1400}{170} = 8,23$$
$$p/n = 8$$
$$f \cong 19428,6\,Hz$$

$$\boxed{8° \text{ Harmônico}}$$

QUESTÃO 27

Uma bolha de gás metano com volume de 10 cm³ é formado a 30 m de profundidade num lago. Suponha que o metano comporta-se como um gás ideal de calor específico molar C_V = 3R e considere a pressão atmosférica igual a 10^5 N/m². Supondo que a bolha não troque calor com a água ao seu redor, determine seu volume quando ela atinge a superfície.

RESOLUÇÃO

$$P_0 = P_{atm} + \rho g h$$
$$P_0 = 10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 30$$
$$P_0 = 4 \cdot 10^5\, P_a \qquad P = 10^5\, P_a$$

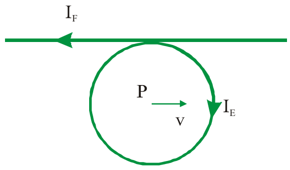
$$Q = 0 \Rightarrow \text{adiabático}$$

$$P_0 \cdot V_0^{\gamma} = P \cdot V^{\gamma} \qquad \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$
$$C_P - C_V = R \qquad \gamma = \frac{4}{3}$$
$$C_P = R + 3R$$
$$C_P = 4R$$

$$4 \cdot \cancel{10^5} \cdot 10^{\frac{4}{3}} = \cancel{10^5} \cdot V^{\frac{4}{3}}$$
$$2^2 \cdot 10^{\frac{4}{3}} = V^{\frac{4}{3}}$$
$$\sqrt[4]{\left(2^2\right)^3} \cdot 10 = V$$
$$\sqrt[4]{2^6} \cdot 10 = V$$
$$10 \cdot 2\sqrt{2} = V$$
$$\boxed{V = 20\sqrt{2}\, cm^3}$$

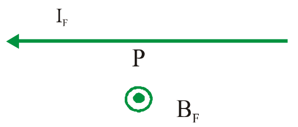
QUESTÃO 28

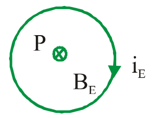
Uma corrente I_E percorre uma espira circular de raio R enquanto uma corrente I_F percorre um fio muito longo, que tangencia a espira, estando ambos no mesmo plano, como mostra a figura. Determine a razão entre as correntes I_E/I_F para que uma carga Q com velocidade v paralela ao fio no momento que passa pelo centro P da espira não sofra aceleração nesse instante.



RESOLUÇÃO

$$Fr = 0 = Fe$$
$$Fe = q \cdot V \cdot B \cdot sen\theta$$
$$Bp = 0$$
$$\vec{B}_P = \vec{B}_F + \vec{B}_E$$





$$B_F = B_E$$

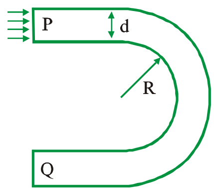
Sendo R o raio da espira

$$\frac{\cancel{\mu_0}\cdot i_F}{\cancel{2}\pi \cancel{R}} = \frac{\cancel{\mu_0}\cdot i_E}{\cancel{2}\cancel{R}}$$

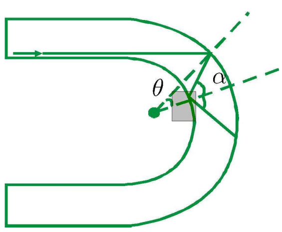
$$\boxed{\frac{i_E}{i_F} = \frac{1}{\pi}}$$

QUESTÃO 29

Um tarugo de vidro de índice de refração $n = 3/2$ e seção transversal retangular é moldado na forma de uma ferradura, como ilustra a figura. Um feixe de luz incide perpendicularmente sobre a superfície plana *P*. Determine o valor mínimo da razão *R/d* para o qual toda a luz que penetra pela superfície *P* emerja do vidro pela superfície *Q*.



RESOLUÇÃO



Como $\alpha = \gamma + \theta$ basta que $\theta = \hat{L}$ em que $\hat{L}$ é o ângulo limite.

$$sen\theta = \frac{R}{R+d}$$

$$\frac{R}{R+d} = \frac{1}{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{R}{R+d} = \frac{2}{3}$$

$$3R = 2R + 2d$$

$$R = 2d$$

$$\boxed{\frac{R}{2} = d}$$

QUESTÃO 30

Obtenha uma expressão para as energias das órbitas do modelo de Bohr do átomo de Hidrogênio usando a condição de que o comprimento da circunferência de uma órbita do elétron ao redor do próton seja igual um número inteiro de comprimentos de onda de de Broglie do elétron.

<u>RESOLUÇÃO</u>

Comprimento da circunferência

$$C = 2\pi \cdot R$$

Condição de Bohr

$$C = n \cdot \lambda, \quad \lambda = \frac{h}{Q} \ (De\,Broglie)$$

Assim: $C = n \cdot \dfrac{h}{mV}$

Logo: $2\pi R_n = n \cdot \dfrac{h}{mv} \Rightarrow mv \cdot R_n = n \cdot \dfrac{h}{2\pi}$

Onde

.m é a massa do elétron

. h é a constante de Planck

. R_n é o raio das órbitas

Assim: $V = \dfrac{n}{mR_n} \cdot \dfrac{h}{2\pi} \Rightarrow V^2 = \dfrac{n^2 \cdot h^2}{m^2 \cdot R_n{}^2 4\pi^2}$ (1)

A força centrípeta e a própria força elétrica

$$F_{cp} = F_e \Rightarrow \frac{m \cdot V^2}{R} = \frac{k \cdot e^2}{R^2} \Rightarrow \boxed{m.V^2 = \frac{ke^2}{R}} \quad (2)$$

Substituíndo (1) em (2)

$$\cancel{m} \cdot \frac{n^2 \cdot h^2}{\cancel{m^2} \cdot R_n \cancel{^2}\, 4\pi^2} = \frac{k \cdot e^2}{\cancel{R_n}} \Rightarrow \boxed{R_n = n^2 \cdot \frac{h^2}{m \cdot k \cdot e^2 \cdot 4\pi^2}} \quad (3)$$

Considerando a Energia total

$$\varepsilon = \frac{mv^2}{2} + \frac{k \cdot e \cdot (-e)}{R} \quad (4)$$

Substituindo (2) em (4)

$$\varepsilon n = \frac{k \cdot e^2}{2R_n} - \frac{ke^2}{R_n} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_n = -\frac{ke^2}{2R_n}} \quad (5)$$

Substituindo (3) em (5)

$$\varepsilon_n = \frac{k \cdot e^2}{2 \cdot n^2 \cdot h^2} \cdot m \cdot ke^2 \cdot 4\pi^2$$

$$\boxed{\varepsilon_n = -\frac{1}{n^2} \cdot \frac{4\pi^2 \cdot k^2 \cdot e^4 \cdot m}{2h^2}}$$